

# VISUALISASI ELLIPS DAN HIPERBOLA MAHASISWA PADA MATA KULIAH GEOMETRI ANALITIK DATAR

**Herfa Maulina Dewi Soewardini**  
FBS Universitas Wijaya Kusuma Surabaya  
[herfa.soewardini@gmail.com](mailto:herfa.soewardini@gmail.com)

## Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan visualisasi ellips dan hiperbola pada mata kuliah geometri analitik datar ditinjau dari asimilasi dan akomodasi. Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan kualitatif dengan menggunakan wawancara berbasis tugas. Dalam wawancara berbasis tugas ini, peneliti mewawancarai subjek menggunakan pedoman wawancara yang diajukan untuk membimbing subjek dalam mengerjakan tugas yang diberikan sebagai suatu cara untuk merekam visualisasi ellips dan hiperbola. Setiap tugas yang diberikan pada subjek adalah soal-soal geometri analitik datar yang mengandung konsep-konsep baru seperti bentuk-bentuk ellips dan hiperbola; persamaan ellips dan hiperbola; juga persamaan garis singgung ellips dan hiperbola. Dalam penelitian ini, analisis data dilakukan dengan tiga tahapan analisis yaitu menelaah transkrip data, reduksi data, dan koding. Adapun hasil dari penelitian ini adalah mengaktifkan skema dengan aktifitas menentukan titik puncak ellips dan hiperbola, membedakan bentuk-bentuk ellips, hiperbola dan mengkategorikan sifat.  $T_1$  mengkategorikan persamaan pada ellips dan hiperbola yang hampir sama dengan perbedaan pada operasinya. Dia menyesuaikan skema tentang ellips lalu memodifikasi skema bahwa ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya. Dia menyesuaikan skema tentang hiperbola lalu memodifikasi skema bahwa hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya.

**Kata Kunci:** visualisasi, geometri

## Abstract

The approach used is qualitative approach by using the task-based interview. In this task-based interview, the researcher interviews the subject using interview guidelines that are proposed to guide the question in performing the assigned task as a way to record ellipse visualizations and hyperbole. Each function attached to the subject is a matter of flat analytic geometry containing new concepts such as elliptical and hyperbolic forms; ellipse and hyperbole equations; as well as comparisons of ellipse and hyperbola sections. In this research, data analysis goes with three stages of the investigation that is studying data transcript, data reduction, and coding.

The results of this study are to activate the scheme with the activity of determining the ellipse and hyperbola peaks, distinguishing elliptical forms, hyperbola and categorizing properties.  $T_1$  categorizes equations on ellipse and hyperboles that are almost identical to differences in operation. He adjusted the scheme of the ellipse and then modified the system that oval is a set of points whose number of distances to a fixed point remains large. He adjusted the scheme of hyperbole and then changed the project that hyperbole is a set of points whose distance difference to two fixed points remains large.

**Keywords:** visualization, geometry

## **PENDAHULUAN**

Dalam menyerap dan mengolah konsep baru yang diterima, mahasiswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda. Saat menganalisis konsep baru tersebut, dia melakukan proses asimilasi dan akomodasi di dalam struktur kognitifnya. Kedua proses ini bekerja secara simultan dan tidak terpisah dalam menyesuaikan dan memodifikasi skema (struktur kognitif) dengan konsep yang baru. Hal ini sesuai dengan yang disampaikan oleh Hudojo (2001: 58) bahwa struktur kognitif mengacu pada organisasi pengetahuan atau pengalaman yang telah dikuasai seorang individu yang memungkinkan individu tersebut dapat menangkap ide-ide atau konsep-konsep baru.

Menurut Hudojo (2001: 60), Piaget menyebutkan bahwa asimilasi adalah proses mengabsorpsi informasi dan pengalaman baru ke dalam skema yang sudah dimiliki, sedangkan akomodasi adalah proses mengabsorpsi pengalaman-pengalaman baru dengan cara modifikasi skema yang ada bahkan membentuk pengetahuan yang benar-benar baru. Informasi dan pengalaman yang disebut pengetahuan merupakan rekonstruksi dari suatu kenyataan. Cara bagaimana mendapatkan pengetahuan sehingga skema berkembang yaitu menyesuaikan dengan lingkungan yang disebut adaptasi oleh Piaget. Jadi pengetahuan itu diperoleh siswa dengan adaptasi yang terdiri dari proses asimilasi dan akomodasi. Asimilasi hanya menyesuaikan dengan skema yang ada dan tidak terjadi perubahan. Bertentangan dengan asimilasi, akomodasi (memodifikasi struktur yang ada) memastikan perubahan dan perluasan pemahaman.

Elips dan hiperbola merupakan pokok bahasan dalam mata kuliah Geometri Analitik Datar yang masih sulit dipahami oleh mahasiswa. Hal ini merupakan informasi yang diperoleh peneliti saat melakukan wawancara dengan beberapa mahasiswa yang memiliki nilai kurang setelah dilakukan pretes. Konsep menggambar elips dan hiperbola yang notabene sudah diajarkan saat di bangku sekolah menengah juga masih merasa kesulitan diterapkan saat menggambarkan dengan baik sesuai visualisasi yang dipikirkan serta dalam menyelesaikan aplikasi soal dengan gambar yang tidak biasa dilihat.

Kedua pokok bahasan ini dipilih dalam penelitian karena pada hasil evaluasi perkuliahan sebelumnya bahwa mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah berbeda dalam hal memahami konsep. Selain itu, alasan yang lainnya adalah pengetahuan atau konsep awal tentang koordinat, persamaan garis, dan masih banyak yang telah dipelajari sebelumnya di sekolah menengah. Konsep awal ini dapat mendukung adanya proses asimilasi dan akomodasi pada konstruksi pengetahuan atau konsep baru di perguruan tinggi.

## **METODE**

Pendekatan kualitatif yang digunakan adalah dengan mendeskripsikan visualisasi elips dan hiperbola ditinjau dari asimilasi dan akomodasi yaitu bagaimana membentuk bingkai kerja mental dan bagaimana menggabungkan informasi. Proses membentuk bingkai kerja mental diawali dengan mengaktifkan skema yang sudah ada, membedakan, dan mengkategorikan. Proses menggabungkan informasi adalah dengan cara menyesuaikan (proses asimilasi) dan merubah atau memodifikasi (proses akomodasi) skema yang sudah ada. Peneliti menggunakan proses berpikir ini dalam belajar kurva elips dan hiperbola serta melihat bagaimana visualisasi sesuai dengan pemahaman mereka (mengkaitkan konsep lama dengan konsep baru) dan dengan cara tersebut atau cara yang lebih kompleks merupakan indikasi yang jelas bahwa terjadi asimilasi dan akomodasi yang dibentuk oleh proses berpikir tersebut.

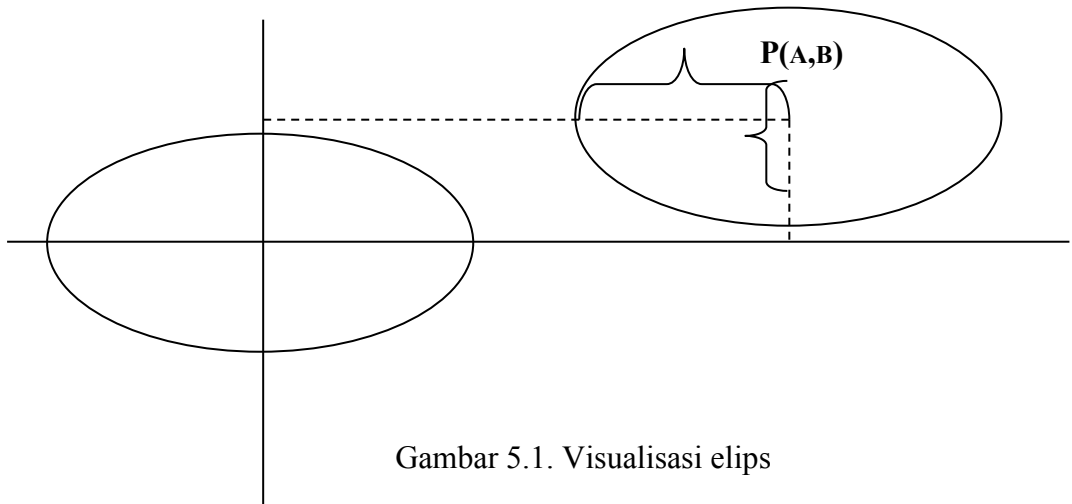
Proses pengumpulan data adalah dengan menggunakan wawancara berbasis tugas. Tugas yang diberikan berisi soal tentang gambar kurva ellips dan hipérbola, persamaan ellips dan hipérbola, serta persamaan garis singgung. Cara yang digunakan adalah wawancara klinis dan direkam melalui microcasette recorder. Wawancara klinis digunakan untuk menjangring informasi tentang mendeskripsikan visualisasi ellips dan hiperbola subjek sebagai bahan untuk menarik kesimpulan dan bertanya selanjutnya. Secara garis besar langkah-langkah wawancara berbasis tugas yaitu subjek diberi tugas untuk dikerjakan. Selama menyelesaikan tugas, subjek diwawancara secara klinis untuk menggali tentang apa, bagaimana dan mengapa yang berkaitan dengan tugas dan hasilnya serta kemungkinan lain yang muncul dari dampak pertanyaan yang diajukan.

Dalam penelitian ini, analisis data menggunakan tiga tahapan analisis yaitu menelaah transkrip data, reduksi data, dan koding (Moleong, 1991: 71). Transkrip data ditelaah dari hasil wawancara menggunakan microcasette recorder. Selanjutnya direduksi data yang tidak perlu dengan menggunakan kerangka proses berpikir asimilasi dan akomodasi mulai dari membentuk bingkai kerja mental hingga menggabungkan informasi. Yang terakhir dibuat pengkodean untuk tiap mahasiswa dengan kategorisasi untuk mahasiswa yang tergolong kemampuan tinggi, kemampuan sedang, dan kemampuan rendah.

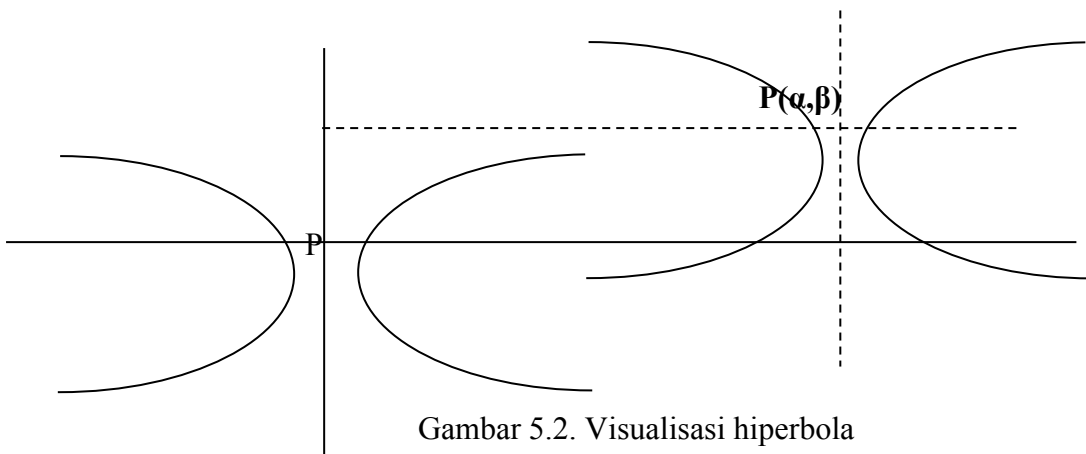
## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Penelitian diawali dengan melakukan telaah evaluasi perkuliahan geometri analitik yang terkait untuk menentukan proses penentuan mahasiswa uji pada tahap yang pertama. Kegiatan penelitian diawali dengan melakukan telaah evaluasi perkuliahan geometri analitik yaitu melihat nilai ujian mahasiswa pada semester gasal 2013/2014 menunjukkan 70% mendapat nilai BC dan semester gasal 2012/2013 menunjukkan 30% mendapat nilai C dan 50% mendapat nilai BC. Selanjutnya melihat tugas mahasiswa berkaitan dengan visualisasi geometri menunjukkan bahwa pada semester gasal 2013/2014, rata-rata mahasiswa berkemampuan tinggi dapat memvisualisasikan ellips, hiperbola, dan parabola dengan baik, namun berbeda untuk mahasiswa berkemampuan sedang dan rendah, sedangkan pada semester gasal 2013/2013, ada mahasiswa berkemampuan tinggi yang tidak dapat memvisualisasikan namun benar dalam perhitungan, sedangkan pada mahasiswa berkemampuan sedang, ada yang dapat memvisualisasikan namun kurang benar dalam perhitungannya, dan semua mahasiswa berkemampuan rendah tidak dapat mengerjakan tugas yang diberikan. Dari telaah tersebut didapatkan data tentang besarnya presentase mahasiswa yang memiliki nilai cukup namun kurang dalam ketrampilan menggambar grafik. Selanjutnya, dilaksanakan penentuan mahasiswa uji pada tahap yang pertama adalah satu mahasiswa berkemampuan tinggi, tiga mahasiswa berkemampuan sedang, dan dua mahasiswa berkemampuan rendah. Kemudian dilakukan proses mengecek materi prasyarat dalam belajar ellips, hiperbola, dan parabola.

Setelah didapatkan hasil tentang pengetahuan prasyarat mahasiswa maka selanjutnya dilaksanakan wawancara berbasis tugas kepada 5 orang mahasiswa yang terdiri dari satu mahasiswa berkemampuan tinggi, 3 orang mahasiswa berkemampuan sedang, dan 1 orang mahasiswa berkemampuan rendah. Penentuan banyaknya mahasiswa ini dengan pertimbangan pada jumlah mahasiswa yang berkemampuan sedang lebih banyak daripada mahasiswa berkemampuan tinggi dan rendah.



Gambar 5.1. Visualisasi elips



Gambar 5.2. Visualisasi hiperbola

Setelah diberikan wawancara berbasis tugas tentang bentuk-bentuk ellips dan hiperbola; persamaan ellips dan hiperbola; juga persamaan garis singgung ellips dan hiperbola, maka didapatkan hasil bahwa mahasiswa berkemampuan tinggi  $S_1$  mengaktifkan skema dengan aktifitas menentukan titik puncak ellips dan hiperbola. Dia mengetahui bahwa untuk menentukan titik puncak perlu diketahui panjang sumbu mayor dan minor pada ellips, fokus pada hiperbola, lalu membedakan bentuk-bentuk ellips dan hiperbola dari puncak-puncak tersebut, sehingga dapat mengkategorikan sifat.  $S_1$  juga mengaktifkan skema saat menyebut definisi ellips dan hiperbola yang telah dia pelajari sebelumnya.  $S_1$  mengkategorikan persamaan pada ellips dan hiperbola yang hampir sama dengan perbedaan pada operasinya. Dia menyesuaikan skema tentang ellips lalu memodifikasi skema bahwa ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya. Dia menyesuaikan skema tentang hiperbola lalu memodifikasi skema bahwa hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya. Dia memodifikasi skema tentang menentukan persamaan ellips dan hiperbola dengan memvisualisasikan, sedangkan persamaan garis singgung dengan menemukan titik singgungnya.

**Tabel 2.1. Rangkuman Hasil Membentuk Bingkai Kerja Mental  $T_1$**

Aktifitas	Hasil
Mengaktifkan skema	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggambarkan titik-titik puncak elips dan hiperbola.</li> <li>• Menentukan titik fokus ellips dan hiperbola.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menentukan sumbu mayor, sumbu minor, serta sumbu simetri.</li> </ul>
Membedakan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pada ellips, memiliki empat titik puncak.</li> <li>Pada hiperbola, memiliki dua titik puncak.</li> </ul>
Mengkategorikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pada persamaan ellips <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1.</math></li> <li>Pada persamaan hiperbola <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1.</math></li> <li>Pada persamaan pada ellips dan hiperbola yang hampir sama dengan perbedaan pada operasinya.</li> <li>Pada persamaan garis singgung ellips <math>y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}, \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1.</math></li> <li>Pada persamaan garis singgung hiperbola <math>y - \beta = m(x - \alpha) \pm \sqrt{a^2 m^2 - b^2},</math> <math>\frac{(x_1 - \alpha)(x - \alpha)}{a^2} + \frac{(y_1 - \beta)(y - \beta)}{b^2} = 1</math></li> </ul>

Tabel 2.2. Rangkuman Hasil Menggabungkan Informasi T<sub>1</sub>

Aktifitas	Hasil
Menyesuaikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menggambarkan ellips dari empat titik puncak, satu titik pusat, dan dua titik fokus.</li> <li>Menggambarkan hiperbola dari dua titik puncak dan dua titik fokus.</li> <li>Menggambarkan ellips jika diketahui persamaannya.</li> <li>Menggambarkan hiperbola jika diketahui persamaannya.</li> </ul>
Memodifikasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menyebutkan ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya.</li> <li>Menyebutkan hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya.</li> <li>Menentukan persamaan ellips dan persamaan hiperbola</li> <li>Menentukan persamaan garis singgung ellips dan persamaan garis singgung hiperbola.</li> </ul>

Pada mahasiswa berkemampuan sedang S<sub>2</sub>, dia mengaktifkan skema dengan aktifitas menentukan titik puncak ellips dan hiperbola. Dia mengetahui bahwa untuk menentukan titik puncak perlu diketahui panjang sumbu mayor dan minor pada ellips, fokus pada ellips dan hiperbola, lalu membedakan bentuk-bentuk ellips dan hiperbola dari puncak-puncak tersebut, sehingga dapat mengkategorikan sifat. S<sub>1</sub> juga mengaktifkan skema saat menyebut definisi ellips dan hiperbola yang telah dia pelajari sebelumnya.

S<sub>2</sub> mengkategorikan persamaan pada ellips dan hiperbola. Dia menyesuaikan skema tentang ellips lalu memodifikasi skema bahwa ellips yaitu himpunan titik yang

jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya. Dia menyesuaikan skema tentang hiperbola lalu memodifikasi skema bahwa hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya. Dia memodifikasi skema tentang menentukan persamaan ellips dan persamaan hiperbola dengan memvisualisasikan, sedangkan persamaan garis singgung dengan menemukan titik singgungnya.

**Tabel 2.3. Rangkuman Hasil Membentuk Bingkai Kerja Mental S<sub>2</sub>**

Aktifitas	Hasil
Mengaktifkan skema	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggambarkan titik-titik puncak ellips dan hiperbola.</li> <li>• Menentukan titik fokus ellips dan hiperbola.</li> </ul>
Membedakan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pada ellips, memiliki empat titik puncak.</li> <li>• Pada hiperbola, memiliki dua titik puncak.</li> </ul>
Mengategorikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pada persamaan ellips <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{(x - \alpha)^2}{a^2} + \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1.</math></li> <li>• Pada persamaan hiperbola <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{(x - \alpha)^2}{a^2} - \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1.</math></li> <li>• Pada persamaan garis singgung ellips <math>y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}, \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1.</math></li> <li>• Pada persamaan garis singgung hiperbola <math>y - \beta = m(x - \alpha) \pm \sqrt{a^2 m^2 - b^2}, \frac{(x_1 - \alpha)(x - \alpha)}{a^2} + \frac{(y_1 - \beta)(y - \beta)}{b^2} = 1</math></li> </ul>

**Tabel 2.4. Rangkuman Hasil Menggabungkan Informasi S<sub>2</sub>**

Aktifitas	Hasil
Menyesuaikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggambarkan ellips dari empat titik puncak, satu titik pusat, dan dua titik fokus.</li> <li>• Menggambarkan hiperbola dari dua titik puncak dan dua titik fokus.</li> <li>• Menggambarkan ellips jika diketahui persamaannya.</li> <li>• Menggambarkan hiperbola jika diketahui persamaannya</li> </ul>
Memodifikasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menyebutkan ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya.</li> <li>• Menyebutkan hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya</li> <li>• Menentukan persamaan ellips, persamaan hiperbola</li> <li>• Menentukan persamaan garis singgung ellips, persamaan garis singgung hiperbola.</li> </ul>

Pada mahasiswa berkemampuan rendah S<sub>3</sub>, dia mengaktifkan skema dengan aktifitas menentukan titik puncak ellips dan hiperbola dengan menggambarannya pada sistem koordinat. Dia membedakan bentuk-bentuk ellips dan hiperbola dari sketsa,

sehingga dapat mengkategorikan sifat. S<sub>3</sub> juga mengaktifkan skema saat menyebut definisi ellips dan hiperbola yang telah dia pelajari sebelumnya.

S<sub>3</sub> mengkategorikan persamaan pada ellips dan hiperbola. Dia menyesuaikan skema tentang ellips yang dilihat dari visualisasi sumbu mayor dan minor lalu memodifikasi skema bahwa ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya. Dia menyesuaikan skema tentang hiperbola yang dilihat dari sumbu simetrinya lalu memodifikasi skema bahwa hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya. Dia juga memodifikasi skema bahwa persamaan ellips dan hiperbola dapat ditentukan dengan mengetahui sumbu mayor, minor, fokus, dan sumbu simetri, sedangkan persamaan garis singgung dapat ditentukan dengan mengetahui gradient dan titik singgungnya.

**Tabel 2.5. Rangkuman Hasil Membentuk Bingkai Kerja Mental R<sub>3</sub>**

Aktifitas	Hasil
Mengaktifkan skema	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menggambarkan titik-titik puncak ellips dan hiperbola.</li> </ul>
Membedakan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pada ellips, memiliki empat titik puncak.</li> <li>Pada hiperbola, memiliki dua titik puncak.</li> </ul>
Mengkategorikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pada persamaan ellips <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1</math>.</li> <li>Pada persamaan hiperbola <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> ..</li> <li>Pada persamaan garis singgung ellips  <math display="block">y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}, \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1.</math> </li> <li>Pada persamaan garis singgung hiperbola  <math display="block">y - \beta = m(x - \alpha) \pm \sqrt{a^2 m^2 - b^2},</math> <math display="block">\frac{(x_1 - \alpha)(x - \alpha)}{a^2} + \frac{(y_1 - \beta)(y - \beta)}{b^2} = 1.</math> </li> </ul>

**Tabel 2.6. Rangkuman Hasil Menggabungkan Informasi R<sub>3</sub>**

Aktifitas	Hasil
Menyesuaikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menggambarkan ellips dari empat titik puncak, satu titik pusat, dan dua titik focus dengan sumbu mayornya merupakan sumbu x dan sumbu minornya sumbu y.</li> <li>Menggambarkan hiperbola dari dua titik puncak dan dua titik focus dengan sumbu x sebagai sumbu simetri.</li> <li>Menggambarkan ellips jika diketahui persamaan dan titik puncaknya.</li> <li>Menggambarkan hiperbola jika diketahui persamaan dan titik puncaknya.</li> </ul>
Memodifikasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menyebutkan ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik fokus tetap besarnya.</li> <li>Menyebutkan hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap titik fokus tetap besarnya.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menentukan persamaan ellips, persamaan hiperbola jika diketahui sumbu mayor, sumbu minor, sumbu simetri, (dan titik pusat pada ellips).</li><li>• Menentukan persamaan garis singgung ellips, persamaan garis singgung hiperbola jika diketahui gradient garis singgung dan titik singgungnya.</li></ul>
--	--

## KESIMPULAN

Secara umum visualisasi geometri tentang ellips dan hiperbola mahasiswa ditinjau dari proses asimilasi dan akomodasi adalah dengan mengaktifkan skema, membedakan, mengkategorikan, menyesuaikan skema atau mengasimilasi, dan memodifikasi. Wawancara berbasis tugas yang menggunakan pedoman wawancara dilakukan untuk mengumpulkan data tentang proses asimilasi dan akomodasi mahasiswa. Tugas yang diberikan merupakan pokok bahasan ellips dan hiperbola yaitu tentang definisi, persamaan, dan persamaan garis singgung.

Pada mahasiswa berkemampuan tinggi  $T_1$ , dia mengaktifkan skema dengan aktifitas menentukan titik puncak kurva. Dia mengetahui bahwa untuk menentukan titik puncak perlu diketahui panjang sumbu mayor dan minor pada kurva, lalu membedakan bentuk-bentuk kurva dari puncak-puncak tersebut, sehingga dapat mengkategorikan sifat.  $S_1$  juga mengaktifkan skema saat menyebut definisi ellips, hiperbola yang telah dia pelajari sebelumnya.

$T_1$  mengkategorikan persamaan pada ellips dan hiperbola yang hampir sama dengan perbedaan pada operasinya. Dia menyesuaikan skema tentang ellips lalu memodifikasi skema bahwa ellips yaitu himpunan titik yang jumlah jaraknya terhadap titik tertentu tetap besarnya. Dia menyesuaikan skema tentang hiperbola lalu memodifikasi skema bahwa hiperbola yaitu himpunan titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu tetap besarnya. Ketiga aktifitas ini dilakukan saat proses membentuk bingkai kerja mental. Dia menggabungkan informasi dengan menyesuaikan skema atau mengasimilasi dan memodifikasi skema untuk mengkaitkan semua informasi baru dengan skema yang sudah ada, ternyata dalam proses ini dia lebih banyak menyesuaikan skema atau mengasimilasi daripada memodifikasi skema, hal ini dapat dilihat dari menjawab pertanyaan dengan segera, dia sedikit sekali menerima informasi baru dari tugas yang diberikan.

Pada mahasiswa berkemampuan sedang  $S_2$ , saat mengaktifkan skema dia kadang-kadang menggambar sketsa pada kertas yang disediakan oleh peneliti bilamana subjek membutuhkan untuk dapat menjelaskan apa yang dipikirkan atau untuk mengingat pengetahuan yang sudah ada dalam skema. Dia menggunakan model ini pada tugas mengenai persamaan dan persamaan garis singgung ellips dan hiperbola. Selanjutnya dia dapat membedakan dan mengkategorikan sama seperti subjek berkemampuan tinggi, namun masih dengan bantuan peneliti. Ketiga hal ini merupakan deskripsi dari proses membentuk bingkai kerja mental setelah menerima informasi baru. Dia menggabungkan informasi dengan menyesuaikan skema atau mengasimilasi dan memodifikasi skema. Awalnya dia masih kesulitan dalam mengkaitkan informasi baru dengan skema yang telah dimiliki, namun dari bantuan pertanyaan yang diajukan oleh peneliti juga dengan menggunakan bantuan sketsa gambar, akhirnya dia dapat menggabungkan informasi baru dengan skema yang sudah ada. Dalam hal ini, dia menyesuaikan skema atau mengasimilasi dan memodifikasi skema secara seimbang, hal ini dapat dilihat dari masih memikirkan jawaban yang diajukan peneliti (adanya jeda waktu dalam menjawab) untuk



menjelaskan apa yang ingin disampaikan. Dia banyak sekali menyesuaikan skema atau mengasimilasi daripada memodifikasi skema, namun pada tugas-tugas tertentu seperti tugas menentukan persamaan dan persamaan garis singgung dia lebih banyak memodifikasi daripada mengasimilasi.

Pada mahasiswa berkemampuan rendah  $R_3$ , proses asimilasi dan akomodasinya masih kurang, dia cenderung menjawab tidak tahu dan hanya menerima informasi baru yang diperoleh. Disini peneliti berusaha membantunya dengan memberikan pertanyaan tambahan dari pertanyaan yang sama seperti yang diajukan pada subjek berkemampuan tinggi dan sedang, juga memintanya untuk lebih sering menggunakan bantuan sketsa yang disediakan. Namun hal yang menggembirakan adalah dia dapat membedakan karakteristik ellips dan hiperbola dari informasi baru yang diperoleh. Selanjutnya dalam mengkategorikan, dia juga masih kesulitan jika tidak ada model yang analog dengan jenis-jenis dari ciri yang berbeda tersebut. Terakhir, saat menggabungkan informasi dengan menyesuaikan skema atau mengasimilasi dan memodifikasi skema, dia juga masih sulit untuk mengkaitkan informasi baru dengan skema, sehingga peneliti membantunya dengan memintanya mengingat lagi dari penentuan titik puncak, titik focus, dan sketsa. Dia banyak sekali menyesuaikan skema atau mengasimilasi daripada memodifikasi skema, namun pada tugas-tugas tertentu seperti sketsa dan persamaan garis singgung dia lebih banyak memodifikasi daripada mengasimilasi. Hal ini mungkin terjadi karena dia sama sekali belum mengetahui tentang informasi baru tersebut sehingga dia lebih banyak menerima informasi baru.

Selanjutnya dapat dirancang suatu strategi dan model pembelajaran seperti *inkuiri* dan *problem solving* yang dapat mengatasi perbedaan mahasiswa dalam memvisualisasikan ellips dan hiperbola secara geometri ditinjau dari asimilasi dan akomodasinya. Juga perancangan perangkat pembelajaran yang tepat disesuaikan dengan tingkat perkembangan kognitifnya dan seberapa lama dia dapat memahami konsep geometri tersebut.

## DAFTAR RUJUKAN

- [1] Dahar, Ratna W. 1988. *Teori-teori Belajar*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Dirjen Dikti PPLPTK.
- [2] Godin, Gerald. A. 2005. Observing Mathematical Problem Solving Through Task-Based Interviews. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9(4): 62.
- [3] Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Departemen pendidikan dan direktorat jendral pendidikan tinggi proyek pengembangan lembaga pendidikan tenaga kerja.
- [4] Moleong, Lexy J. 1991. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT Remaja Rondakarja.
- [5] Suslany, E. 2014. *Visualisasi dan Nalar Intuitif dalam Matematika*. (Online), <http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/41520/3/Chapter%20II.pdf>, diakses 1 Mei 2017.
- [6] Utomo, Priyadi. 2009. *Piaget dan Teorinya*, (Online), (<http://ilmuwanmuda.wordpress.com/piaget-dan-teorinya/>), diakses 1 Februari 2017).